

Construire le nombre au cycle 1.

Module de FC 6h

Magistère 3h

Mise en pratique dans les classes 1h30

Animation pédagogique 1h30

Objectif du parcours: illustrer des pratiques et gestes professionnels efficaces à partir d'analyse réflexive de séances et d'un apport didactique.

- **Le cadre didactique:**

- **Le nombre (site: mallette maternelle):** est un concept mathématique, en conséquence il n'existe pas concrètement. Il s'agit donc d'aider les élèves à penser des objets abstraits. Le rôle de l'école est de les aider à entrer dans une démarche d'élaboration et d'appropriation de concepts destinés à faciliter la résolution de problèmes issus de leur environnement.
- Il apparaît clairement que l' une des plus grandes difficulté à franchir par les élèves dans l'abstraction du concept de nombre est la notion de « nombre et nombre de ».
- Trois marrons est ce trois doigts? Est ce trois?
- Le nombre est utilisé pour conserver la mémoire de la quantité, garder la position d'un objet et anticiper (R .Brissiaud). Il nous sert également à estimer (cf neurosciences, ACE importance de la quantification par estimation).
- L'apprentissage du nombre doit être de manière progressive, **en stabilisant les connaissances des petits nombres.**
- Progression proposée par R Brissiaud.

Le nombre objet

Les connaissances sur les nombres sous leur aspect **objet sont constituées par :**

- Les mots nombres (*un, deux, trois exprimés à l'oral*).
- L'écriture des nombres (des chiffres pour écrire les nombres *1, 15, 23,...*).
- Les constellations du dé, les constellations des cartes à points ou d'autres représentations analogiques des nombres par des collections organisées.

Ces connaissances vont se construire à partir de supports variés dont principalement :

- La comptine numérique (égrenage des mots) qui aide à la mémorisation des mots nombres ;
- Les affichages de diverses représentations des premiers nombres afin de développer au-delà de trois des procédures de dénombrement sans recours au comptage un à un (reconnaissance directe du nombre d'éléments) ;
- Les étiquettes nombres qui fournissent des représentations écrites de nombres « isolés » à des enfants encore non scripteurs ;
- La bande numérique qui permet d'accéder à une présentation ordonnée des nombres.

Les cartes éclairs, les jeux de doigts, le jeu des aimants: pratiques ritualisées

- **Illustration de pratiques et gestes professionnels sur les petites quantités.**
- Ces activités se déroulent sur un temps court 10 à 15 minutes.
- L'enseignant présente dans un temps de réflexion très court, différentes représentations du nombre, les élèves nomment ou représentent.

- **Les gestes professionnels:**

Empêcher le comptage numérotage, favoriser la reconnaissance implicite et les décompositions.

Insister sur le subitizing en multipliant les configurations de 1 à 3 unités seules, mais aussi trois paquets de trois unités par exemple.

Insister au niveau du langage et du geste **sur l'itération de l'unité**: l'ajout d'une unité donne le nombre suivant: 4 c'est trois et un.

Composer et recomposer les nombres : 3 c'est 2 et 1, 6 c'est 5 et 1; 3 et 3; 9 c'est 8 et 1, 5 et 4, 3, 3 et 3.

Variables: nombres, quantités, type de représentation, temps de réflexion, organisation des collections.

Le nombre outil

- C'est l'utilisation du concept de nombre afin de résoudre les problèmes sociaux de référence. c'est maîtriser les techniques de résolution de ces problèmes à l'aide des nombres.
- Le nombre outil peut être abordé de deux façons dans la classe:
en pratiques ritualisées:
préparer les verres d'eau, les pinceaux, divers matériel, les absents...
en situations de recherche: les jeux de marchand, les boîtes d'œufs, les garages, le bus, les bons de commande, qui en a le plus? La cible...
- En travaillant le nombre comme outil de résolution, l'enseignant doit utiliser les connaissances de l'enfant sur les petits nombres pour l'amener à utiliser la procédure du dénombrement au-delà de 3 et les principes du calcul par les décompositions des nombres inférieurs à 10.

Les programmes de 2015 mettent en lumière l'importance des compositions/décompositions des dix premiers nombres.

- Avoir compris que tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente.
- Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales. Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix.
- Parler des nombres à l'aide de leur décomposition.

Les rituels

- Visionnage de la vidéo parcours magistère construire le nombre en PS : exprimer des petites quantités, conserver les quantités.

- **Gestes professionnels:**

L'enseignant ne compte pas pour éviter le numérotage.

Il associe des quantités, correspondance terme à terme simultanée avec les doigts.

Il réalise un ajout successif d'une unité, itération de l'unité, pour en arriver au cardinal.

Les boîtes d'œufs, situation découvrir le monde avec les mathématiques Dominique Valentin



- Le nombre outil pour anticiper, estimer une quantité à atteindre.
- 12 c'est trop important pour les élèves, ils ne peuvent dénombrer, alors comment s'y prennent-ils?
- Visionnage de la vidéo réalisée en classe:

Le rôle de l'enseignant: observer les procédures et relever les difficultés.

Les procédures:

Plaisir de remplir et en prend souvent trop.

Un par un pour assurer la réussite.

Petites quantités maîtrisées (2-3)

Estimation variable et progressive entre 8 et 12, puis ajustement.

Correspondance terme à terme en ligne.

Aucun enfant ne compte lors de la première prise.

Les difficultés :

Compréhension de la consigne

- Enfant qui n'évolue pas dans sa procédure, situation d'échec, toujours trop.
- Enfant qui ne dépasse pas le 3 en quantité prise.
- Enfant qui n'arrive pas à prendre le reste, même lorsque c'est une petite quantité: correspondance alvéole-marron autant que.
- Verbaliser la procédure.

Le rôle de l'enseignant: permettre à l'enfant d'éprouver une procédure de réussite, faire évoluer les procédures.

- **Etayage:**
- Verbaliser avec un vocabulaire mathématiques précis (plus, trop, assez, moins que, autant que...)
- Développer la méthodologie des collections déplaçables, ordonner le placement des marrons, ne pas laisser un tas, afin de mettre en place le principe d'estimation de la quantité.
- Revenir à la correspondance terme à terme et à l'égalité des collections: 1 pour un.
- Imposer l'utilisation d'une procédure de maîtrise des petites quantités: 12 étant un multiple de 2 et 3. L'enfant pourra prendre en 6 coups ses marrons et construire progressivement la collection cible.
- Introduire les petits nombres avec les doigts pour les quantités restantes: subitizing (2-3).
- Illustrer le reste en pointant avec le doigt, construction progressive de la quantité à ajuster soit par la collection témoin de doigts soit par une correspondance terme à terme (tu prend un pour lui, et un pour lui...).
- Faire dénombrer dans la collection déplaçable à partir de 4, car il faut extraire cette quantité et la méthodologie du dénombrement peut se construire.

Le rôle de l'enseignant:

prévoir des pistes en fonction des procédures de ses élèves, afin que chacun rentre dans son parcours d'apprentissage.

- **Pistes :**
- Remplir des boîtes, des plateaux en correspondance terme à terme, pour travailler l'égalité de deux collections, autant que.
- Jouer à beaucoup, peu, par remplissage de sachets, boîtes... Construire une énorme collection, pour intégrer le langage mathématique.
- Nombre de passages, exemple en deux fois... Pour mettre en avant de nouvelles procédures plus rapides.
- Diminuer ou augmenter la taille de la boîte.
- Boîtes pré-remplies, ajouter la quantité manquante.
- Éloignement de la collection ressource pour travailler la construction de l'image mentale de la quantité.

Gestes professionnels vers le comptage dénombrement des premiers nombres de 3 à 5:

- **Quand utiliser le comptage dénombrement?**

A partir des quantités supérieures ou égal à 3 (lorsque l'élève doit extraire 3 d'une grande collection, il est possible de dénombrer 3).

Dans le cadre de la mémorisation de la quantité, notion de cardinal.

Afin d'établir une correspondance de collections, de transmettre un message...

- **Comment enseigner le comptage dénombrement?**

Collection non déplaçable:

Exemple : le mini bus en fin de PS, MS, début de GS.

La technique de la collection témoin de doigts:

Utiliser l'itération de l'unité pour construire la valeur cardinale des nombres, en associant chaque unité (mot nombre prononcé) à un doigt. La quantité totale doit être exprimée en correspondance d'une configuration de doigts.

Il est primordial d'éviter le comptage numérotage pour ceux qui n'ont pas compris les principes du dénombrement.

Il s'agit de pointer et prononcer les unités du nombre correspondants en levant simultanément les doigts de l'autre main.

C'est produire l'image mentale de la transversalité (égalité) entre les places, les doigts et les personnages qu'il faudra prendre.

- L'enseignant doit absolument préciser cette notion: il y a 4 places, comme tes doigts, un, un, un et un, ou il y a en a trois et un. Le dernier mot nombre représentant bien la quantité totale.

Collection déplaçable :

L'essentiel réside dans le fait que l'enfant comprenne que le mot nombre représente la quantité. Le suivant n'étant pas un numéro mais bien l'ajout d'une unité.

La technique du rassemblement:

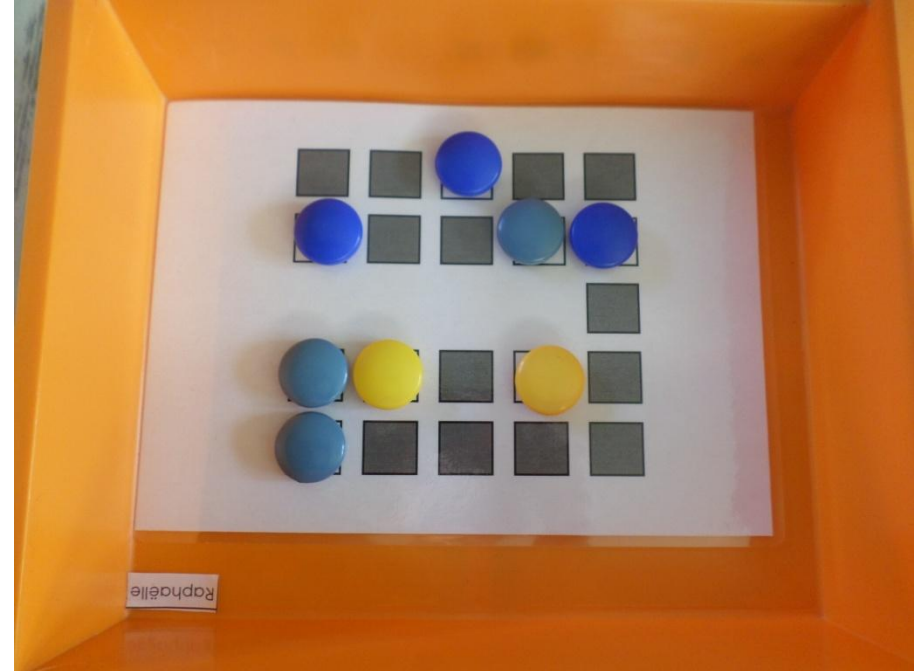
Il s'agit de prononcer le mot nombre au moment de la représentation concrète de la quantité, lorsque les éléments sont réunis. Je prononce le mot deux seulement lorsque le deuxième objet a été extrait de la collection globale et réunit avec le premier pour construire la nouvelle collection.

L'enseignant répète le dernier mot nombre en entourant la quantité. Il la représente par une configuration de doigts pour faciliter l'abstraction du concept de nombre.

Le bus (situation fondamentale Brousseau, la malette, Canopé)

- Amener l'élève à utiliser le nombre pour mémoriser une quantité : il doit compléter les places libres d'un bus avec des objets représentant les enfants d'une école qui se rendent à la piscine.

- Visionnage de la Vidéo:



Le rôle de l'enseignant: observer les procédures, les hiérarchiser.

Les procédures:

Aucune stratégie, fonce chercher les objets par plaisir.

Estimation visuelle et prend une quantité à peu près qui ne correspond pas au nombre juste.

Correspondance terme à terme avec les doigts, réussite plus ou moins maîtrisée car les places libres ne sont pas forcément alignées. Procédure qui se limite à 10. Difficulté importante dans la collection déplaçable car l'enfant a besoin de ses mains pour saisir les objets. Ils n'arrivent pas à prendre le nombre juste car ils n'ont plus la mémoire de quantité.

Reconnaissance d'une constellation ou d'une représentation de la quantité inférieur ou égal à 9, puis reproduction de celle-ci. Réussite moyenne dès que le nombre dépasse 6.

Décomposition du nombre en plus petites quantités : 3 et 3; 3, 2 et 2; 3,3 et 3 bonne réussite mais se limite aux nombres inférieurs à 10 (peu d'enfants ont utilisé cette procédure). Procédure très dépendante de la configuration de départ.

La majorité des procédures s'orientent vers le dénombrement:

Dénombrement avec erreurs dans la collection de départ qui induit un échec.

Dénombrement sans erreur, mais oublie du nombre mémoire de la quantité.

Dénombrement avec erreurs lors de la réalisation de la collection déplaçable.

Double dénombrement, apport sans erreurs de la collection identique.

Le rôle de l'enseignant: pointer les difficultés pour en extraire l'étayage

Les difficultés:

Dans la collection non déplaçable:

La gestion du support, cases blanches libres, cases grises occupées, échec dans le pointage.

La comptine numérique non maîtrisée, insuffisante.

Mauvaise énumération, trop vite ou trop lent par rapport au pointage.

Compte plusieurs fois la même case, problème de méthodologie face à une collection stable non ordonnée.

Mémorisation du nombre pendant le trajet, oubli au moment de constituer la collection équivalente.

Dans la collection déplaçable: la cause principale des erreurs

On retrouve souvent la difficulté d'énumération-pointage, trop vite, trop lent, oubli du nombre précédent.

Problème de méthodologie dans le dénombrement.

Dans la conclusion de l'égalité des collections lors de la phase de validation:

Enfant qui ne comprend pas qu'il a été chercher autant de personnages que de places.

Le rôle de l'enseignant: amener l'élève à une maîtrise de la procédure de dénombrement.

Etayage:

Avant de commencer sur une nouvelle séance, l'enseignant peut illustrer une erreur typique qu'il aura observée afin d'attirer l'attention des élèves sur ce point précis.

Dans la collection non déplaçable:

Utilisation répétée d'un langage mathématique précis, **le nombre juste à apporter**, le nombre 10 pour 10 places et 10 enfants, 10 places **c'est autant que** 10 enfants, la notion d'égalité des deux collections est la finalité de l'utilisation de la procédure de dénombrement.

Aider à la maîtrise du support cases blanches, cases grises: placer des personnages sur les places grises, ne pas installer de cases grises. Par contre il est primordial de conserver un support avec une collection non organisée.

Préparer avec eux la méthodologie du pointage. Organiser avec l'élève **un pointage ordonné**, colonne par colonne, ligne par ligne en fonction du support.

Cacher les places et les faire apparaître au fur et à mesure pour faciliter le dénombrement (jeu du cache).

Prendre en charge une partie du dénombrement, par exemple: pointer et l'élève énumère ou inversement.

Mettre le nombre dans sa tête, aider à la création de l'image mentale autant que.

Donner un support pour aider à la mémorisation (nombre écrit) ou être le lien du support de mémorisation.

- **Dans la collection déplaçable:**

Faciliter l'organisation de la mise en place de la collection: alignement, ligne de 5, création de doubles...

Mettre en place la technique du rassemblement de la quantité pour effectuer le dénombrement.

Faire valider si la collection cible est atteinte ou non.

Dans la phase de validation:

Utiliser un langage mathématique précis à partir de la phase du trottoir. Mise en place de l'anticipation de son action, estimation du résultat.

La prise de conscience de l'équivalence ou non est primordiale pour que l'élève s'interroge sur sa procédure.

Phase de validation sur le support, utilisation du nombre comme codification de deux collections égales.

Illustrer l'ensemble de la procédure par une démarche experte d'un élève.

Le rôle de l'enseignant: permettre à chaque élève d'entrer dans une procédure de dénombrement maîtrisée.

Pistes:

Varié le nombre de cases, voir aucune case grise.

Donner un support avec des cases organisées (facilitation du dénombrement).

Rendre manipulable les cases, collection déplaçable, l'élève prépare son bus, le nombre d'étiquettes cases étant déterminé au préalable par l'enseignant.

Travailler en binôme sur la phase 1, un élève en réussite avec un élève qui n'a pas réussi.

Mettre en place la notion d'émetteur-récepteur et transmettre un message, afin de favoriser la conservation du cardinal.

Message oral verbalisé par l'enfant (chauffeur) qui transmet à un autre enfant (directeur).

Message écrit (ardoise-étiquette) illustration de la mémoire de la quantité transmise à un autre enfant.

Ajout de deux collections, deux bus, avec la possibilité d'inclure l'émetteur-récepteur.

Séquence d'apprentissage qui peut et qui doit être reprise au cours de l'année afin de mesurer les progrès.

Dans ces situations proposées, il est nécessaire que les élèves puissent valider.

Gestes professionnels: le dénombrement des nombres suivants 5 et plus.

- **Comment favoriser la maîtrise du dénombrement?**

Il est préférable pour travailler la technique et la méthodologie du dénombrement de le faire sur une collection déplaçable.

Il est impératif d'apprendre à organiser la collection, par rangement ligne, colonne, paquet de 5 puis un autre paquet pour faire le complément, paquet de 10 puis complément.

Lorsque la collection est organisée, l'enseignant doit illustrer que le dénombrement peut se faire dans un sens comme dans un autre, **principe d'ordre quelconque**.

L'enseignant énumère la comptine en regroupant la collection et prononce le mot nombre seulement lorsque l'objet fait partie de la collection: **principe de cardinalité**.

L'enseignant pointe avec des vitesses différentes, énumère, puis il s'arrête pour annoncer le cardinal, **principe de bijection**.

Il est primordial d'instaurer le dénombrement dans des situations où celui-ci est nécessaire pour résoudre un problème, répondre à une question, pour développer le principe d'abstraction.

- La comptine numérique s'apprend comme une comptine afin de maîtriser sa suite orale: **principe d'ordre stable**.

- **Collection non déplaçable:**
- L'enseignant peut mettre en place la technique du cache.
- Il est primordial d'illustrer que la quantité ne varie pas, comptage d'un sens ou d'un autre.
- L'énumération peut se faire silencieusement et prononcer uniquement le cardinal.
- **Pistes d'exercices:**
- Préparer le matériel pour un groupe à plusieurs (binômes) pour faciliter la maîtrise de l'ensemble des principes.
- Jeu du marchand avec un expert pour éviter les doubles dénombrement. Commandes de cubes pour réaliser sa construction par exemple.
- Pour limiter la tâche de l'élève, l'enseignant peut proposer des situations du type aller chercher 7 légos dans une caisse. Le cardinal étant déjà donné, les élèves doivent s'appropriier les autres composantes du dénombrement et s'arrêter au cardinal donné.

Ressources

- La malette maternelle IFE;
- Découvrir le monde avec les mathématiques, D Valentin;
- DVD : *Enseigner les mathématiques en maternelle : quantités et nombres en images*, CRDP de l'académie de Créteil, 2011.
- *50 activités pour découvrir le monde vers les mathématiques à la maternelle*, Nathalie Malfait, CRDP de Midi-Pyrénées, 2012.
- *Le nombre au cycle 2, Ressources pour faire la classe*. CNDP, 2010 [en ligne sur Educscol].
- *Découvrir les quantités et les nombres avec des albums*, Michèle Guitton, Annette Vouhé, Sylvie Renault-Girard, CRDP de Poitou-Charentes, 2008.
- [Le nombre en maternelle](#), FÉNICHEL Muriel, MAZOLLIER Marie-Sophie, Réseau Canopé, 2015, ouvrage en ligne.
- [Comptines numériques par compétence et par niveau](#), DESLAURIER Ghyslaine, DSDEN du Val-de-Marne. 2011, recueil publié dans la rubrique [Mathématique - Découvrir les nombres et leurs utilisations](#),
- [Comment les enfants \(3-6 ans\) apprennent à calculer](#) BRISSIAUD Rémi, AGEEM, 2011, conférence en ligne sur crdp.ac-bordeaux.fr/conferences.