

La philosophie d'ACE

→ Les hypothèses au fondement de la progression ACE

La progression ACE est fondée sur les résultats de recherches récentes en psychologie cognitive du développement et sciences de l'éducation. Quatre hypothèses fortes sous-tendent la construction de cette progression ; elles impliquent respectivement :

- un entraînement régulier à l'estimation et à la mise en correspondance entre les symboles de nombres et leurs représentations analogiques, l'objectif étant de donner du sens aux nombres eux-mêmes ;

- une activité régulière et accompagnée de la résolution de problèmes pour amener les élèves à identifier les types de problèmes et l'équivalence de certaines procédures de calcul pour résoudre ces problèmes,

- une pratique intense et quotidienne du calcul mental qui permet de consolider les faits arithmétiques en liaison avec l'acquisition des procédures de calcul;

- un usage de situations d'apprentissage numériques évolutives qui permettent aux élèves d'expérimenter les mathématiques en maniant les différentes représentations et en utilisant la composition/décomposition de façon privilégiée...

→ ACE permet aux élèves **d'échanger, de lire et d'écrire** des mathématiques.

→ Le C de Compréhension dans « ACE ».

Un des objectifs essentiels de la progression est que l'enfant comprenne ce qu'il fait, comment il le fait, et l'exprime avec un vocabulaire mathématique précis.

→ Des activités ludiques donc attractives

→ Les situations d'apprentissage numériques sont construites à partir d'un jeu connu dont la règle évolue progressivement tout au long de l'année. Cela permet aux élèves d'entrer très rapidement dans l'activité, malgré une évolution des consignes, de prendre des risques, d'anticiper, et donc d'apprendre.

→ Les élèves sont placés en situation de réflexion sur les mathématiques. Ils sont véritablement acteurs : ils font les maths à travers les jeux et ils créent les maths avec le Journal Du Nombre, et cela tout au long de la progression. Le rôle du maître est néanmoins important mais difficile : c'est un chef d'orchestre.

→ La mise en retrait du dénombrement au profit du calcul et des décompositions est un élément important de la progression.

→ Les petites quantités sont travaillées longtemps. Ce long travail sur les petits nombres (jusqu'à 10) est renforcé et consolidé avant le passage aux nombres plus grands. L'idée est que la généralisation des procédures sur les plus grands nombres sera d'autant facilitée qu'elles sont bien acquises sur les petits nombres. La répétition d'activités dans un domaine numérique restreint facilite la construction puis l'automatisation de faits numériques et de procédures (composition/décomposition, compléments à 10, recherche de la différence) qui doivent ensuite être transférées sur les grands nombres.

→ L'équipe qui a mis au point la progression a pris le parti de ne pas travailler sur l'addition posée. Certaines classes ont choisi de la travailler malgré tout, mais ce n'est pas systématique.

A la fin de l'année, ils sont capables de ...

D'une manière générale ...

D'après les avis / ressentis des professeurs, les élèves **ont construit des compétences plus solides** que ce qu'ils avaient pu constater les années précédentes.

L'écart entre les élèves en réussite et les enfants en devenir existe toujours mais le niveau de l'ensemble des élèves est bien supérieur aux résultats obtenus avec les démarches utilisées précédemment.

Les progrès les plus importants se situent dans le calcul et les relations entre les nombres.

De manière plus spécifique...

- Ils savent utiliser une ligne graduée (ou non) pour formaliser les relations entre les nombres et les transformations. Ils utilisent également « la boîte de Fischer » (cf. plus bas). Les élèves disposent de différents types de représentations et les utilisent à bon escient.

Dans cette vidéo, ces représentations sont utilisées en situation de résolution de problèmes.

Vidéo « les différentes représentations » : <http://youtu.be/Q69HXiJ3I28>

- Ils connaissent les relations entre les nombres : ils peuvent exprimer tout ce que l'on peut dire avec un nombre cassé en deux autres (56 en 50 et 6 dans la vidéo ci-dessous).

Vidéo « les relations entre les nombres » : <http://youtu.be/BIFYSXdli2g>

- A la fin d'une année ACE, l'élève de CP joue avec les nombres, il est capable de : grouper, dégroupier pour calculer un résultat ou pour comparer deux écritures à x termes.

Vidéo « Groupement /dégroupement » :

https://www.youtube.com/watch?v=_ztCvNtDXpU

- Ils maîtrisent le passage à la dizaine ainsi que d'autres procédures de calcul.
- Ils savent réaliser des additions de 3 nombres à 2 chiffres voire plus ! (cf. photos du Journal du nombre).
- Ils sont performants en calcul mental.
Tous les jours, les enfants remplissent une grille de 10 calculs.
Une fois par trimestre, un défi leur est lancé : réaliser le plus de calculs possibles en 6 minutes. Dans cette vidéo, un rapide extrait de ces deux activités est disponible.

Vous verrez à quel point les enfants sont capables d'utiliser des procédures élaborées.

Vidéo « Calcul Mental » :

<https://www.youtube.com/watch?v=PezD0ejkdlc>

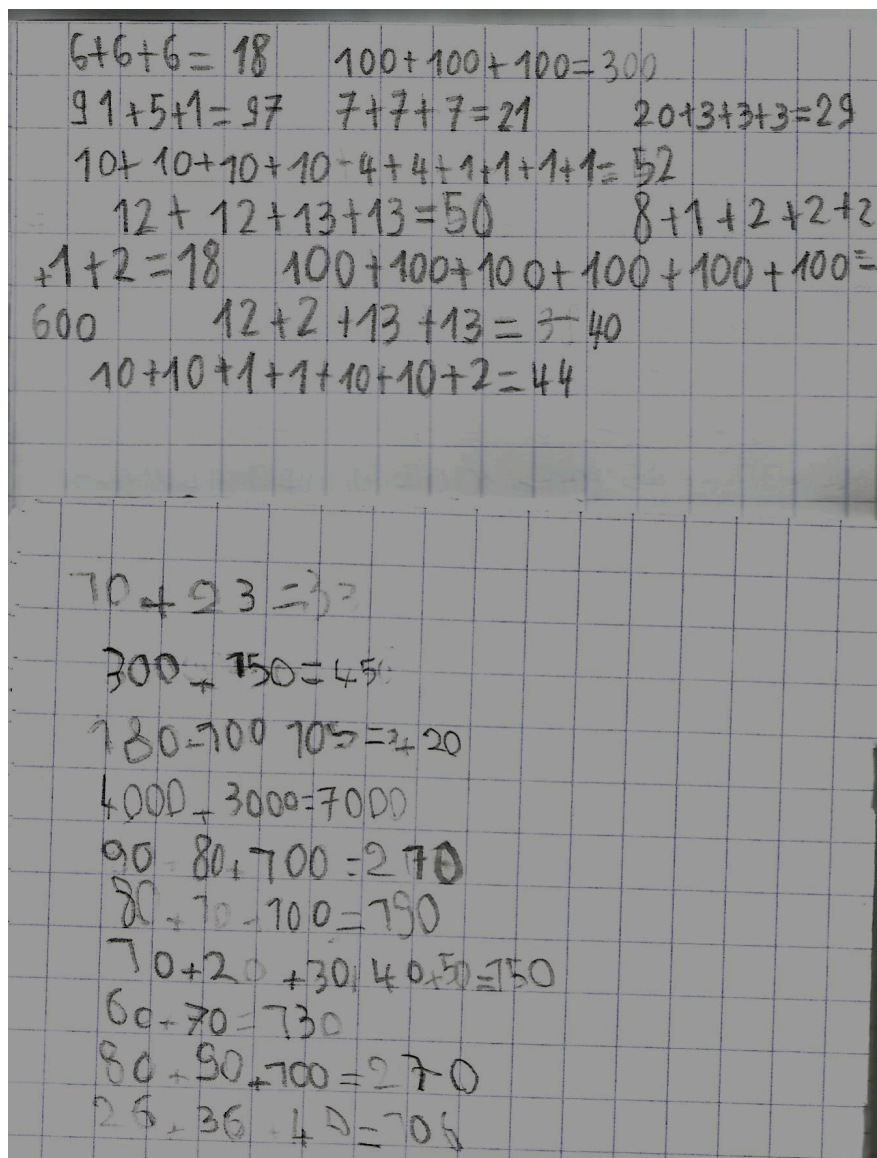
- Chaque élève produit et écrit des mathématiques dans son Journal du nombre, avec pour seule limite ses propres possibilités et son imagination.

Dans la vidéo qui suit, Mme Evin, enseignante, nous parle du Journal du Nombre et un élève nous montrent leurs productions :

Vidéo « Le Journal du Nombre » : <http://youtu.be/dN9mruXRYA8>

Suite à une incitation commune des enseignants : « J'écris les calculs les plus difficiles que je sais faire », voici ce que les élèves sont capables de faire en fin d'année, que ce soit en milieu RRS ou en milieu ordinaire...

En milieu RRS... :



Ecole à Comines

Ecris les écritures mathématiques les plus difficiles que tu sais faire.

$$\overset{\uparrow}{14} + 8 + 1 + 9 + \overset{\uparrow}{19} + 1 + 2$$

$$\underline{10} + 4 + \underbrace{8 + 1 + 9}_{10} + \underbrace{10 + 9}_{10} + 1 + 2$$

$$10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 4 = 54 \quad 5d4u$$

$$\overset{\uparrow}{13} + \overset{\uparrow}{11} + 1 + \overset{\uparrow}{19} + 7 + \overset{\uparrow}{16} + 14 + 2 + 8$$

$$\underline{10} + 3 + \underbrace{10 + 1 + 1}_{10} + \underbrace{10 + 9}_{10} + 7 + \underbrace{10 + 6}_{10} + \underbrace{10 + 4}_{10} + 2 + 8$$

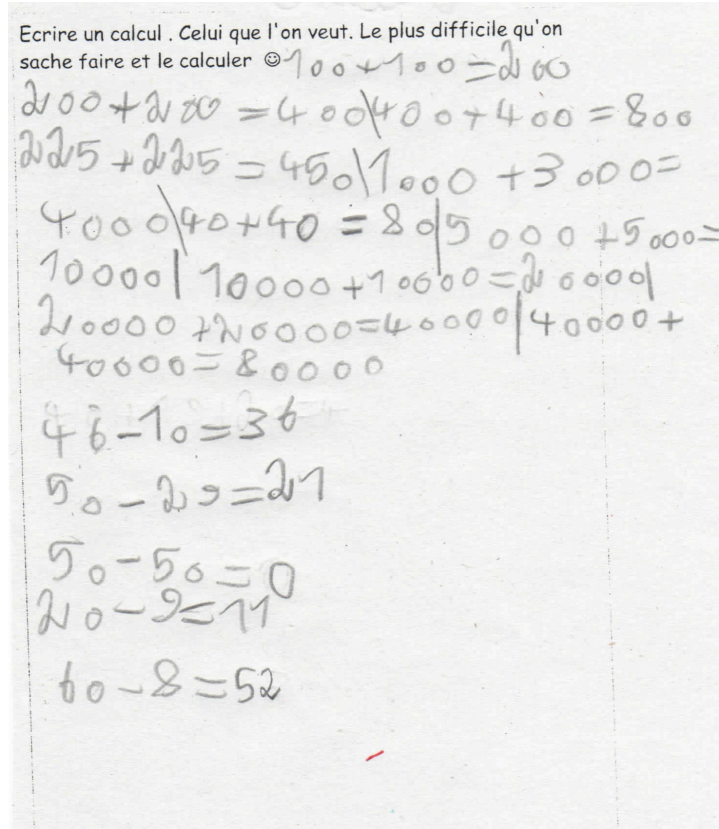
$$10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 1 = 91 \quad 9d1u$$

$$19 + 1 + 8 + 7 + 2 + 3 + 5 + \overset{\uparrow}{20} + \overset{\uparrow}{13} + \overset{\uparrow}{24} + 1 + 9 + 14$$

$$\underline{10} + 9 + 1 + 8 + 7 + 2 + 3 + 5 + \underbrace{10}_{10} + \underbrace{10}_{10} + \underbrace{10}_{10} + 3 + 10 + 10 + 4 + \underbrace{1 + 10}_{10} + 9 + \underline{10} + 4$$

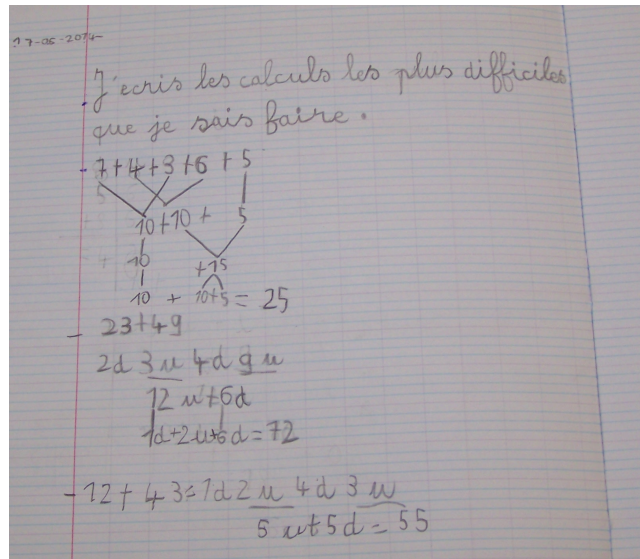
$$10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 4 + 8 = 142$$

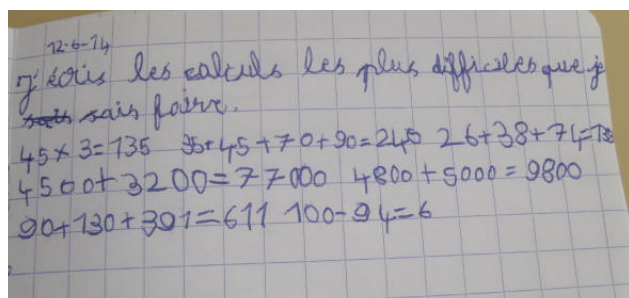
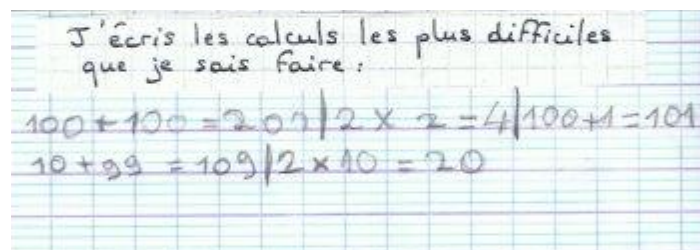
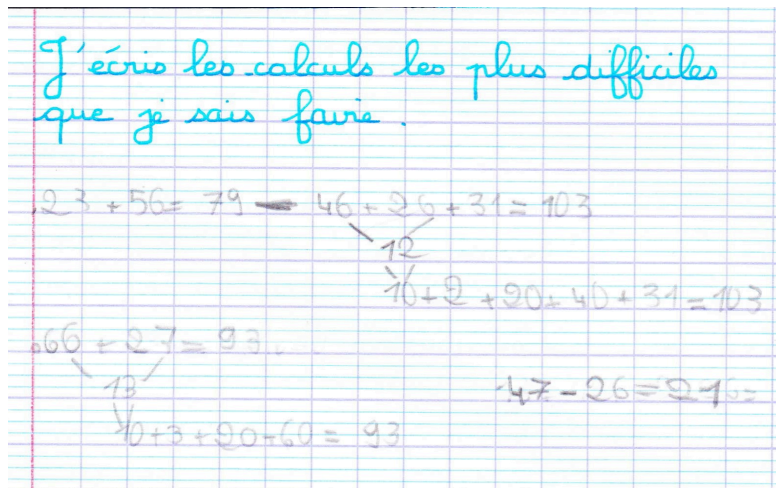
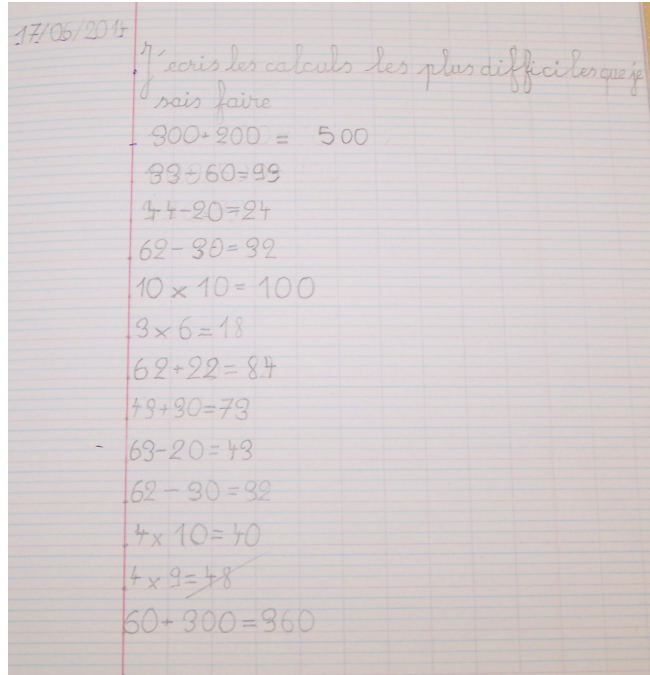
Ecole à Comines



Ecole à Lille

En milieu ordinaire (Marcq-en-Baroeul):





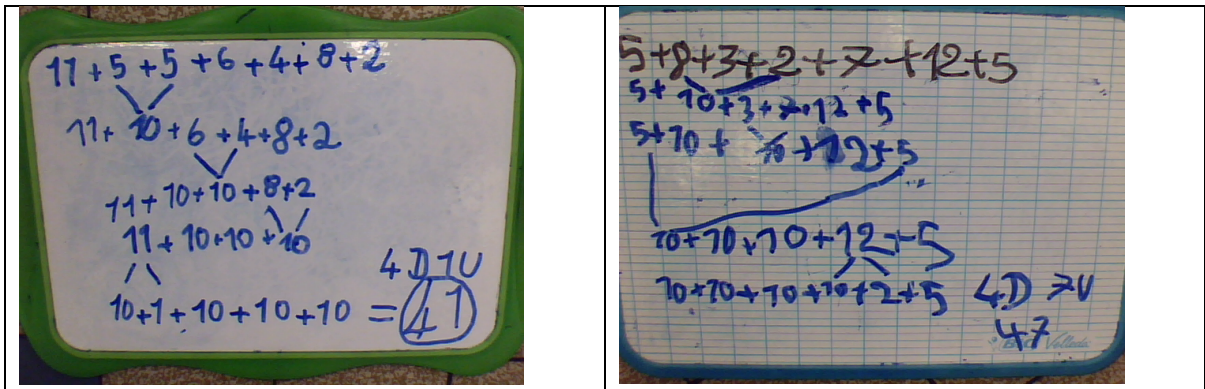
Comment ?

❖ DECOMPOSITION, RECOMPOSITION

Dès le début de l'année, le nombre se construit à travers l'usage de **compositions** (par exemple 4 et 2 ou 5 et 1 sont 6) et de **décompositions** (par exemple, 6 peut se décomposer en 4 et 2 ou en 5 et 1). Des situations de jeu, aux règles récurrentes et évolutives, permettent cette construction.

Jamais l'élève n'aura recours au dénombrement mais au calcul pour désigner le nombre.

L'élève construira **la dizaine** en réinvestissant les répertoires additifs mémorisés pour grouper/dégrouper/regrouper de manière stratégique des écritures additives composées d'un nombre de termes importants.



❖ MULTI-REPRESENTATIONS : LE SCHEMA LIGNE, LA BOITE ET LE RECTANGLE DES DIZAINES

1. La ligne et la boîte

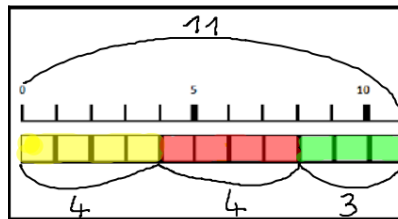
Deux systèmes de représentation, **la ligne graduée et la boîte**, vont apparaître **SIMULTANEMENT** dès le deuxième module. Ils seront réinvestis systématiquement dans le domaine de la résolution de problème.

LA LIGNE GRADUEE : représentation analogique

Elle est introduite par l'analogie au schéma de train-ponts (collection organisée de cubes). Dans un premier temps, on utilise un train matérialisé par des cubes :



Puis, dans un second temps, on passe à une représentation du train associée à une ligne graduée, appelée encore schéma-ligne :



Ici, l'aspect cardinal du nombre est visualisé: 11 c'est la succession de 11 wagons, la quantité 11. Mais aussi 4 et 4 et 3. L'objectif est bien d'éviter le dénombrement et de représenter un nombre par sa décomposition.

LA BOITE: représentation symbolique

Dans le même temps et conjointement, la boîte, est introduite. Elle permet de symboliser une structure additive/soustractive. C'est une petite « machine algébrique » qui rend « visible » des égalités mathématiques :

36	$36 - 30 = 6$, $30 + 6 = 36$
30 6	$36 - 6 = 30$, $6 + 30 = 36$
43	$43 - 40 = 3$, $40 + 3 = 43$
40 3	$43 - 3 = 40$, $3 + 40 = 43$

Les élèves joueront au jeu de la boîte (créer des boîtes et écrire toutes les écritures possibles que la boîte peut produire).

La boîte sera réinvestie pour travailler la relation addition/soustraction sur les grands nombres lors du travail de numération sur **la dizaine**.

Elle est toujours associée au schéma-ligne. Ce sont **deux représentations des écritures symboliques**.

Rôles de la boîte et de la ligne :

- Dans un premier temps, elles ont permis aux élèves de comparer deux quantités exprimées différemment (écriture additive et écriture chiffrée) :

<p>Annonce</p> <p>$2 + 1$</p>	
<p>Lancer</p> <p>6</p>	
<p>Gagné / Perdu</p> <p>G P</p>	<p>$2 + 1 = \dots 6 \dots$ donc $\dots 6 \dots$</p>

- voir *la différence, l'écart* entre deux nombres :

$7 - 4 = 3$ → C'est la différence entre 7 et 4.

C'est la soustraction

7, c'est 3 de plus que 4.

4, c'est 3 de moins que 7.

$6 - 2 = 4$

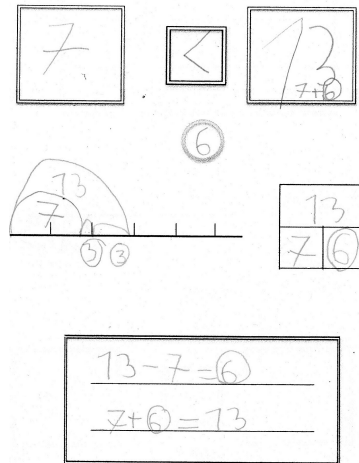
6, c'est 4 de plus que 2.

2, c'est 4 de moins que 6.

- visualiser un problème** : elles permettent **une anticipation** de l'objet de la recherche. Ces deux techniques offrent la possibilité à l'élève de se représenter visuellement ce qu'il cherche avant tout calcul.

$8 + 3 = \bigcirc$

- **établir un lien** entre un type de problème (problème de tout, problème de complément) et une écriture algébrique.
- Le **schéma-ligne** est d'abord utilisé pour **communiquer**, sur ce qu'on va faire ou ce qu'on a fait.
- **visualiser les déplacements** : en particulier, les passages par **la dizaine**.



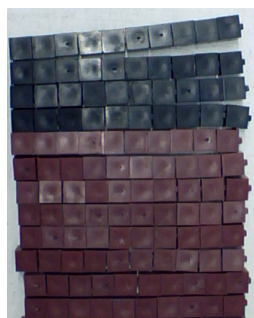
- Toujours présentes, elles sont précieuses pour percevoir **l'unicité de la structure additive dans les différents habillages des problèmes** (problèmes portant sur des wagons de trains, d'étages d'immeubles, de listes de courses...)

→ L'OBJECTIF EST QUE LES ELEVES PUISSENT PASSER D'UN SYSTEME DE REPRESENTATION À UN AUTRE.

2. Le rectangle des dizaines

Il apparait dans le travail sur la dizaine ; il permet de représenter une écriture en dizaines et unités.

Il jouera un rôle crucial dans l'abord des **structures multiplicatives**.



$60 + 8 = 68$

- Ecriture dizaines D et unités U: $10+10+10+10+10+10+8=68$
- Trans-nombres: 68

- Boîte avec les additions et les soustractions :

59	$68 - 60 = 8$	$60 + 8 = 68$
$60 + 8$	$68 - 8 = 60$	$8 + 60 = 68$

❖ PRATIQUE QUOTIDIENNE DU CALCUL MENTAL

20 minutes par jour.

→ Le principe général est de procéder à des activités qui contribuent à la compréhension et à l'intérêt du calcul.

Les activités sont variables:

Dictées de nombres, comparaisons, jeux collectifs (le furet, utilisation de logiciels projetés, utilisation de tirelire et balances Roberval, estimations), des additions, des soustractions, des recherches de compléments... Sur ardoise, collectivement ou sur des grilles.

Dans le cas de travail sur les grilles, le calcul mental se réalise sans commentaire de l'enseignant. Il doit être minuté de manière à ce que les élèves répondent rapidement.

Grille du mois de novembre

Calculs dictés par le professeur

Attention : Ne pas écrire les calculs au tableau.

- Les connaissances sollicitées sont de deux types : *les connaissances procédurales* (5+6, c'est 5+5 et encore 1) et *les connaissances déclaratives* (5+5, c'est 10). Le but est d'ailleurs que les connaissances procédurales deviennent des connaissances déclaratives pour les classes suivantes.
- Les interventions de l'enseignant peuvent se faire **avant la réalisation** de la grille (énoncer la série de calcul sans l'effectuer pour que l'élève puisse anticiper la procédure principale de la série afin de mobiliser leur attention et leurs procédures plus rapidement) **et /ou après** le remplissage de la grille (correction lors de laquelle les élèves **explicitent leurs procédures et confrontent**).

❖ PRATIQUE REGULIERE DE LA RESOLUTION DE PROBLEMES

Dès la fin du mois de novembre, les élèves apprennent à résoudre des problèmes de différents types.

L'objectif, indépendamment de résoudre le problème, est de **savoir identifier le type de problème** et donc de savoir quelle procédure appliquer.

Par la suite, on demandera aux élèves de créer eux-mêmes des situations-problèmes dans le Journal du Nombre.

A / Problèmes de calcul de tout (1) et problèmes de calcul de complément (2).

<p>(1) « Un train a 8 wagons. On en rajoute 3. Combien le train a-t-il de wagons maintenant ? »</p> <div style="text-align: center;"> </div> <div style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> $8 + 3 = 11$ </div> <div style="text-align: center;"> </div>	<p>2) « Un train a 3 wagons, on rajoute des wagons et maintenant le train a 9 wagons. Combien de wagons a-t-on rajouté ? »</p> <div style="text-align: center;"> </div> <div style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> $3 + 6 = 9$ </div> <div style="text-align: center;"> </div>
---	---

B/ travail sur la différence et les différentes expressions sémantiques de la comparaison.

<div style="text-align: center;"> </div> <p style="text-align: center; font-size: small;">DIFFERENCE</p> <p style="text-align: center;">②</p> <p>La différence entre le train <u>9</u> et le train <u>7</u> est de <u>2</u> wagons.</p> <p>Le train <u>9</u> a <u>2</u> wagons de plus que le train <u>7</u>.</p> <p>Le train <u>7</u> a <u>2</u> wagons de moins que le train <u>9</u>.</p> <p>Si on rajoutait <u>2</u> wagons au train <u>7</u> les deux trains auraient autant de wagons l'un que l'autre.</p> <p>Si on enlevait <u>2</u> wagons au train <u>9</u> les deux trains auraient autant de wagons l'un que l'autre.</p>	<div style="text-align: center;"> </div> <p style="text-align: center; font-size: small;">DIFFERENCE</p> <p style="text-align: center;">③</p> <p>La différence entre le train <u>29</u> et le train <u>26</u> est de <u>3</u> wagons.</p> <p>Le train <u>29</u> a <u>3</u> wagons de plus que le train <u>26</u>.</p> <p>Le train <u>26</u> a <u>3</u> wagons de moins que le train <u>29</u>.</p> <p>Si on rajoutait <u>3</u> wagons au train <u>26</u> les deux trains auraient autant de wagons l'un que l'autre.</p> <p>Si on enlevait <u>3</u> wagons au train <u>29</u> les deux trains auraient autant de wagons l'un que l'autre.</p>
---	---

Les expressions sémantiques sont primordiales. Elles n'ont pas forcément besoin d'être écrites par chaque élève mais elles doivent toutes obligatoirement être reprises à l'oral.

L'évolution du champ numérique fera évoluer les procédures : il permettra d'abandonner le comptage de 1 à 1 et le surcomptage au profit de stratégies s'appuyant sur la décomposition, ainsi que les progrès faits en calcul mental, comme la complétion à 10 et les sauts de dizaine.

C/ Problèmes de comparaison (différence en plus / différence en moins)

Le train bleu a 13 wagons. Le train rouge a 5 wagons de plus.
Combien de wagons a le train rouge ?

Le train rouge a18..... wagons.

Le train bleu a 16 wagons. Le train rouge a 4 wagons de moins.
Combien de wagons a le train rouge ?

Le train rouge a12..... wagons.

❖ **DEVELOPPEMENT DU SENS DES NOMBRES PAR LA PRATIQUE REGULIERE DE L'ESTIMATION.**

Plusieurs activités de la progression mobilisent les habiletés d'estimation numérique. La vidéo suivante vous expose deux activités : une activité en « Calcul mental » où il faut comparer deux quantités de billes sur diaporama et une activité sur le logiciel Estimateur.

Vidéo Estimation

Un entraînement hebdomadaire à l'estimation numérique est prévu par l'intermédiaire de l'Estimateur. Basé sur les recherches menées en psychologie et en neuropsychologie du développement, il vise à travailler le "sens du nombre", c'est-à-dire la mise en correspondance entre les nombres symboliques et les grandeurs auxquelles ils correspondent. Attention, il ne s'agit pas d'apprentissages mais bien d'entraînement.

Pour cela, le logiciel génère aléatoirement, en fonction de l'activité sélectionnée, une quantité, un nombre ou un calcul. Sur l'écran, une ligne orientée de gauche et bornée de 0 à 12, 32, 60 ou 100, graduée ou non, apparaît simultanément. L'enfant doit situer approximativement (estimer) la place de la quantité, du nombre ou du calcul sur cette ligne numérique. Ainsi, on entraîne l'enfant à associer aux nombres symboliques une quantité, une grandeur et inversement.

Il est essentiel de travailler l'estimation auprès des élèves afin qu'ils ne « perdent » pas le sens des nombres lorsqu'ils manipulent mentalement les symboles au cours des calculs. De plus, la capacité des enfants à estimer serait fortement liée à leurs compétences mathématiques ultérieures.

❖ JOURNAL DU NOMBRE

Dans le journal du nombre, l'élève est mis en position d'**écrire des mathématiques, pour lui-même, et pour les autres élèves**. Il se livre à une exploration des « potentialités » du nombre et des signes mathématiques.

Cette exploration se fait sur des incitations professorales ou pas.

The image shows two pages from a student's 'Journal du Nombre'. The left page contains several mathematical calculations: $700 + 400 + 200 = 7000 = 700 =$, $3000 + 5000 = 8000 = 8000$, $34 + 55 = 89 = 89$, $85 + 89 = 174 = 174$, and $70 + 164 = 174 = 174$. At the bottom left, the date '30.05.10' is written, and at the bottom right, 'Production libre' is written. The right page has a heading 'J'écris des annonces gagnantes dans les boîtes.' and contains a grid of boxes, each containing a fraction or number, such as $\frac{6}{33}$, $\frac{4}{22}$, $\frac{2}{11}$, $\frac{5}{41}$, $\frac{6}{42}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{5}{32}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{6}{51}$, $\frac{5}{20}$, $\frac{7}{40}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{20}$, $\frac{3}{20}$, $\frac{6}{50}$, $\frac{5}{23}$, $\frac{1}{14}$, $\frac{6}{15}$, and $\frac{3}{20}$.

IMPORTANT : L'élève est **mis en position de « réussite »** au sens où il éprouve des potentialités.

Il se montre à lui-même et il montre aux autres **des choses qu'il sait faire**.

Il est donc impossible d'échouer, ou d'être « en difficulté », lorsqu'on travaille dans le journal du nombre.

Le Journal du nombre est systématiquement lu par le professeur, mais **il n'est pas « évalué », ni même « apprécié »**. Il s'agit d'une **sorte de jeu sur les nombres, de « jeu de recherche »**, qui ne doit pas être « scolarisé ».

Le Journal du nombre a une **fonction de communication mathématique dans la classe**. C'est le professeur qui organise cette communication.

Le professeur peut rebondir sur les productions des élèves ou leur demander de réfléchir sur celles qu'il a sélectionnées (un élève a écrit de lui-même des doubles). Cela pourrait alors être une incitation future.

L'élève pourra **prendre conscience de l'accroissement et de l'évolution de ses connaissances** en feuilletant son journal du nombre régulièrement dans l'année.

- **La périodicité :**

Le rythme d'une fois par semaine, à la fin ou en début d'une séance, paraît pertinent. Il doit devenir une habitude, habitude de production et d'enquête, pour les élèves.

❖ RIGUEUR DU VOCABULAIRE

La spécificité de la progression est de faire confiance aux élèves au niveau de leur capacité à comprendre et à utiliser le vocabulaire mathématique. Il y a un vrai travail au niveau de la sémantique utilisée dans les activités.

Ce vocabulaire est de deux types :

- 1) le vocabulaire spécifique aux activités réalisées qui permet à l'élève de tout de suite se replacer dans la situation mathématique concernée. Grâce à cela, tous parlent le même langage, et se centrent uniquement sur l'apprentissage et non sur la description des situations ou de l'activité en cours. Quelques exemples : annonce, lancer, tirage, désignation, ...
- 2) le vocabulaire mathématique plus complexe où l'on donne les vraies terminologies aux élèves. Au final, on attend des élèves qu'ils utilisent les mêmes termes que l'enseignant quand ils parlent des mathématiques. Par exemple :

→ Au niveau des procédures, l'enseignant comme l'élève parlent de grouper, dégrouper, décomposer, recomposer un nombre, « faire voir un nombre dans un autre », de transformation, comparaison, passage à la dizaine...

→ Au niveau des différentes représentations des nombres et des calculs, les outils sont appelés la boîte, le segment/ le schéma-ligne ou la ligne graduée (ou non)...faire des ponts

→ Pour l'Estimateur, avant ou après le milieu, à droite / à gauche, beaucoup / pas beaucoup, plus que/moins que, vers, proche de ..., à peu près...entre a et b, environ, deux fois « ça » (longueur montré avec les doigts), ... tout le vocabulaire de l'estimation est utilisé. Ce qui est très important dans l'estimateur est de ne jamais utiliser le vocabulaire de l'exact afin de ne jamais susciter/forcer le comptage.

→ Pour résoudre des problèmes, on parle de différence, de problème de la quantité manquante, problème de tout, problème de combinaison, problème de transformation.

Merci à Monsieur Calmelet pour avoir pris tout ce temps pour réaliser ces vidéos.